研究集会「曲率に関する研究会」

日程: ２０２４年６月８日 (土) — ６月９日 (日)

場所: 徳島大学 常三島キャンパス 総合科学部１号館３０１講義室

6 月 8 日 (土)

13:00–13:50　勝田 篤（九州大学）

いくつかのピンチング問題の反例とその応用

14:00–14:50　梶ヶ谷 徹（東京理科大学）

非負曲率等質空間への安定離散写像の非存在

15:10–16:00　成田 知将（名古屋大学）

ケーラー多様体と佐々木多様体における Nadirashvili 型定理について

16:10–17:00　川上 裕（金沢大学）

Bloch-Ros principle とその応用

6 月 9 日 (日)

9:30–10:20　田代 賢志郎（沖縄科学技術大学院大学）

サブフィンスラーハイゼンベルグ群の MCP

10:30–11:20　中島 啓貴（愛媛大学）

測度距離空間全体の空間の測地線

11:40–12:30　山口 孝男（筑波大学）

Geometry of limits of manifolds with boundary

支援

科研費 基盤研究 C（研究課題/領域番号 23K03105　研究代表者：國川 慶太）

科研費 若手研究（研究課題/領域番号 23K12967　研究代表者：櫻井 陽平）

世話人

國川 慶太（徳島大学）　櫻井 陽平（埼玉大学）

1日目：6月8日(土)

勝田 篤（九州大学）：いくつかのピンチング問題の反例とその応用

ピンチング問題はリーマン幾何学の伝統的かつ典型的な問題であり，おおよそ「与えられたリーマン多様体の曲率等の局所的量がモデルとよばれる標準的空間のそれに近ければ，元の多様体はモデルに大域的にも近いか，例えば同相あるいは微分同相か？」というかたちのものである．モデルが空間形，すなわち定曲率空間の場合，正の断面曲率の場合は球面定理として肯定的であるが，一方，０や負の場合は，Almost flat manifold theorem や Gromov-Thurston manifold がその反例を与える．これらの結果は８０年代までに知られていたが，その応用例は知られていなかったように思われる．少し前に，前者を博士課程の院生であった中村拓也との共同研究である非正リッチ曲率多様体の Killing ベクトル場に関する Bochner の古典的結果の almost nonpositive な場合への拡張の証明の中で用いた．また後者に関して，最近，リー群の離散群に関する問題への応用があることを森田陽介氏から教えていただいた．まず，これらの概要を説明したい．最後に，ピンチング問題の部分多様体版の反例として，３次元空間内の平均曲率がほぼ定数である埋め込まれた閉曲面の新しい (？) 例の構成および関連する問題について説明する予定である．

梶ヶ谷 徹（東京理科大学）：非負曲率等質空間への安定離散写像の非存在

偶数次元かつ正の断面曲率を持つ向き付け可能な閉リーマン多様体の中にはエネルギー安定な閉測地線は存在しないことが知られている．ところが，測地線を有限グラフからの離散極小はめ込みや離散調和写像に拡張すると，このような非存在定理は一般には成り立たないことが指摘されている．本講演では，まず正の正則断面曲率を持つ単連結なコンパクト等質ケーラー多様体に対して，安定な離散極小はめ込みおよび非自明な安定離散調和写像の非存在定理が成り立つことを紹介する．さらに，単連結なコンパクト対称空間への安定離散写像の (非) 存在について考察し，いくつかの対称空間，特に有向実グラスマン多様体を除く階数が 3 以下の単連結既約コンパクト対称空間に対して，安定離散極小はめ込みの非存在定理が成り立つことを説明する．

成田 知将（名古屋大学）：ケーラー多様体と佐々木多様体における Nadirashvili 型定理について

与えられたコンパクト多様体 M において, 体積が 1 となるようなリーマン計量全体を考える．このとき, 計量から定まるラプラシアンの最小正固有値は, そのような計量全体の上の汎関数とみなせる．Nadirashvili(1996) は, 計量 g がそのような固有値汎関数の臨界点であるとき, ラプラシアンの固有関数の適当な組が (M, g) の球面への等長極小はめ込みを与えることを示した．Apostolov-Jakobson-Kokarev(2015) は, リーマン計量全体ではなく, コンパクトケーラー多様体においてケーラー類を固定して固有値汎関数の臨界点を調べ, Nadirashvili 型定理を得た．講演者はコンパクト複素多様体において, 体積が 1 となるようなケーラー計量全体を考え, 固有値汎関数の臨界点について考察することで別の Nadirashvili 型定理を得た．本講演では, ケーラー多様体におけるそれら 2 つの Nadirashvili 型定理を説明したのち, 佐々木多様体における Nadirashvili 型定理について, 現時点で得られている結果を述べる．

川上 裕（金沢大学）：Bloch-Ros principle とその応用

有理型関数の値分布論と正規族の理論との間には，Bloch principle と呼ばれるある種の双対性が存在する．講演者は笠尾俊輔氏との共同研究で，Zalcman と Ros の研究をもとに，この双対性を曲面論にまで拡張し “Bloch-Ros principle” と呼ぶ理論的枠組みを発見した．本講演では，笠尾氏との共著論文 (arXiv:2402.12909) で記し “Bloch-Ros principle” の詳細を解説する．

2日目：6月9日(日)

田代 賢志郎（沖縄科学技術大学院大学）　サブフィンスラーハイゼンベルグ群の MCP

MCP(測度収縮性) は曲率次元条件の一種であり，サブリーマン/フィンスラー幾何学ではカルノー群がいつ MCP$(0, N)$ を満たすか, 満たすとして N はどんな値を取るか，が主な問となっている．今回はサブフィンスラーハイゼンベルグ群について，上記問題をノルムの正則性の観点から説明する．本講演は S. Borza 氏 (SISSA)，M. Magnabosco 氏 (Univ. Oxford)，T. Rossi 氏 (Sorbonne Univ.) との共同研究に基づく．

中島 啓貴（愛媛大学）：測度距離空間全体の空間の測地線

測度距離空間全体の空間には，ボックス距離と呼ばれる距離がグロモフによって導入されている．これはグロモフハウスドルフ距離の測度距離空間版といえる距離である．本講演では，この距離空間において任意の二点間の測地線が非可算無限個存在することを紹介する．特に，任意の測地線がどの点においても分岐するので，アレクサンドロフ空間の意味での曲率は非有界となることが分かる．本講演は数川大輔氏 (九州大学) と塩谷隆氏 (東北大学) との共同研究に基づく．

山口 孝男（筑波大学）：Geometry of limits of manifolds with boundary

In this talk, we consider the family of compact Riemannian manifolds with boundary, where we assume a lower sectional curvature bound, two sides bounds on the second fundamental forms of boundaries and an upper diameter bound. We develop the geometry of the Gromov-Hausdorff limit spaces of such Riemannian manifolds with boundary. This is a joint work with Zhilang Zhang (Foshan University).